RETTA TANGENTE AD UNA CURVA, USIAMO DERIVE

Prof. Emilio Polverino - Docente di Matematica e Fisica - Liceo Scientifico "G. Da Procida" – Salerno

E' noto dall'analisi infinitesimale che la derivata di una funzione calcolata nel punto x_o rappresenta il coefficiente angolare della retta tangente alla curva nel punto di ascissa x_o.
Se $A(x_o,y_o)$ è il punto appartenente alla curva $y = f(x)$, allora l'equazione della retta tangente per A è:

$$y - y_o = m(x- x_o) \qquad \text{con } m = f'(x_o)$$

Esempio:

Sia $y = x^3$ quindi $y' = 3x^2$

Sia A il punto di ascissa 2; calcoliamo il valore della funzione e della sua derivata nel punto 2

$$y_o = y(2) = 8 \qquad m = y'(2) = 12$$

Allora l'equazione della retta tangente per A(2,8) sarà:

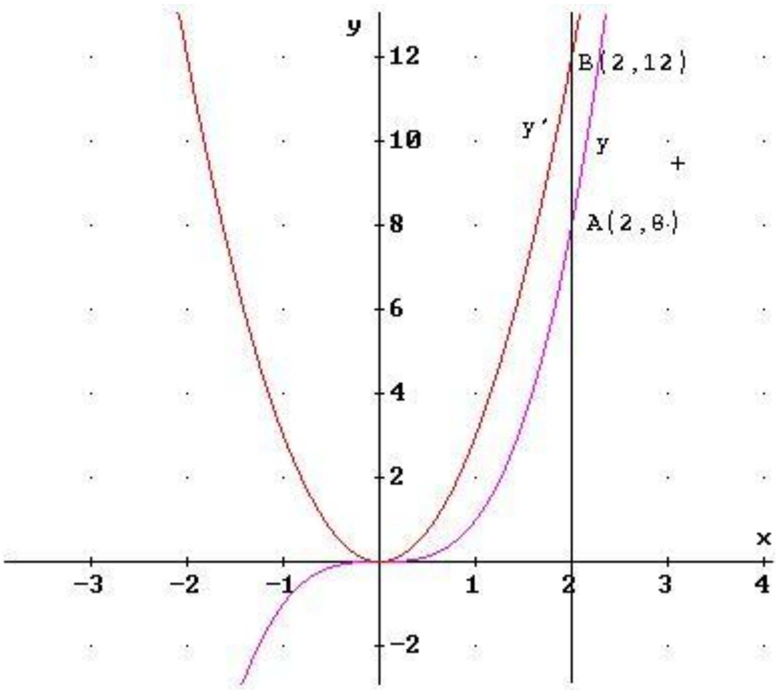
$$y - y_o = m(x- x_o)$$
$$y – 8 = 12(x – 2)$$

che risolta dà: $y = 12x – 16$

Il problema può essere risolto con Derive, calcolando la derivata o graficamente.
Ed è su quest'ultimo punto che intendo soffermarmi.

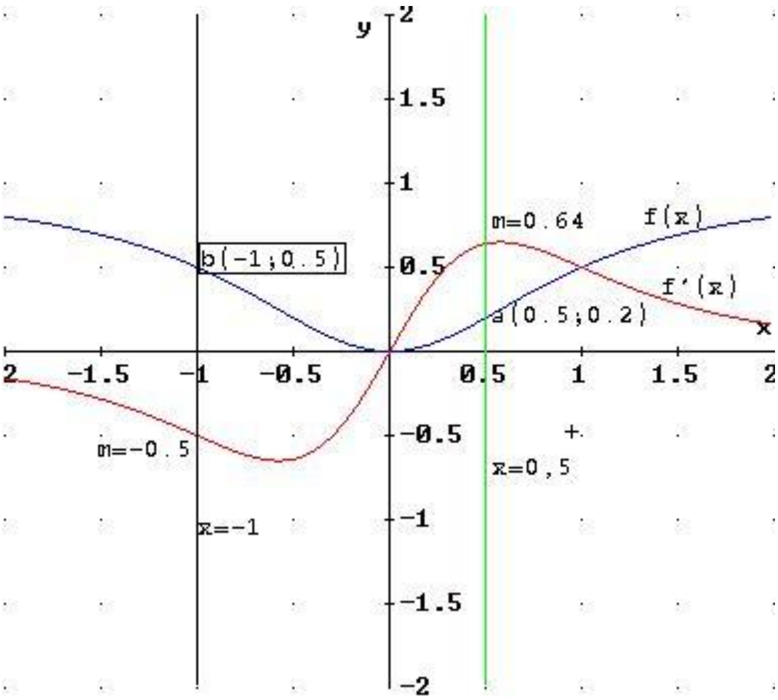
Soluzione grafica

1) Sia $y = x^3$. Rappresentiamo graficamente la funzione (curva viola) e la sua derivata (curva rossa).
Poi tracciamo la retta $x = 2$ (dove 2 è l'ascissa di A). Tale retta interseca la funzione nel punto A di ordinata 8 e la sua derivata nel punto B di ordinata 12. Quest'ultimo valore rappresenta il coefficiente angolare della retta tangente alla curva nel punto A.
Letti i valori di y_o e di m, scriviamo l'equazione della retta passante per A di ascissa 2 (vedi sopra).
Ovviamente il discorso vale per qualsiasi punto x_o.
Se scegliamo $x_o = 1$ avremo dal grafico $y_o = 1$ e $m = 3$. E così per altri punti.



Il metodo, alquanto semplice, consente di risolvere anche situazioni più complicate, senza calcolare il valore della derivata, che Derive, ovviamente, fa subito. Utilizzando la rappresentazione grafica, i risultati saranno approssimati a seconda della scala usata.

2) Consideriamo la funzione: $y = \frac{x^2}{x^2+1}$ (curva blu) e la sua derivata: $y = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$ (curva rossa)



Dal grafico, per ogni valore di x è possibile determinare il valore della funzione e del coefficiente angolare della retta tangente nel punto considerato.
Nell'esempio di sopra:

per x = 0,5 si ha: y = 0,2 e m = 0,64
per x = -1,0 si ha: y = 0,5 e m = -0,5

E, quindi, è possibile determinare le equazioni delle rette tangenti in quei punti.

Esercizio di verifica: Determinare graficamente con Derive l'equazione della retta tangente alla curva y = sen(lnx) nel punto di ascissa 3.

Salerno, 25 Marzo 2006